इकाई 6

ठोस आकारों का चित्रण

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- **3D आकार / वस्तुएँ** वे आकार / वस्तुएँ हैं जो, एक तल में पूर्णतया स्थित नहीं होती हैं।
- 3D वस्तुओं के विभिन्न स्थानों से विभिन्न दृश्य दिखायी देते हैं।
- वह ठोस एक **बहुफलक** या **बहुफलकी (या बहुष्फलक)** कहलाता है, यदि वह केवल बहुभुजीय फलकों से मिलकर ही बना हो। ये फलक किनारों में मिलते हैं, जो **रेखाखंड** होते हैं तथा किनारे बिंदुओं पर मिलते हैं, जो **शीर्ष** कहलाते हैं।
- किसी भी बहुफलक के लिए, ऑयलर सूत्र है:

  $F + V - E = 2$

  जहाँ F फलकों की संख्या, V शीर्षों की संख्या और E किनारों की संख्या को निरूपित करता है।
- **बहुफलकों के प्रकार**

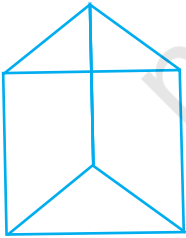
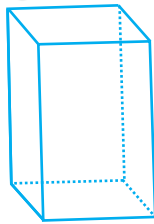
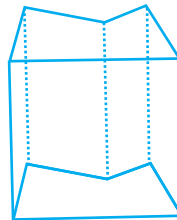
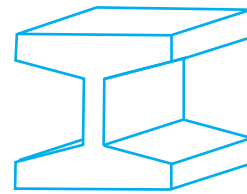
  (a) **उत्तल बहुफलक**

  एक उत्तल बहुफलक में, सभी फलक उत्तल होते हैं। उदाहरणार्थ, निम्न आकृतियों में,

(1)

(2)

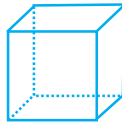
(3)

(4)

(1) और (2) उत्तल बहुफलक हैं, जबकि

(3) और (4) उत्तल बहुफलक नहीं हैं।

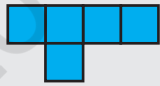
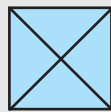
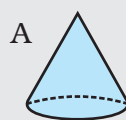
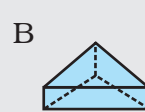
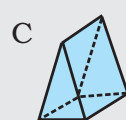
(b) **सम बहुफलक या प्लेटोनिक ठोस**

एक बहुफलक **सम बहुफलक** कहलाता है, यदि इसके सभी फलक सर्वांगसम सम बहुभुज हों तथा प्रत्येक शीर्ष पर मिलने वाले फलकों की संख्या बराबर हो।

उदाहरणार्थ, घन एक प्लेटोनिक ठोस है, क्योंकि इसके सभी छः फलक सर्वांगसम वर्ग होते हैं। ऐसे पाँच ठोस होते हैं- सम चतुष्फलक, घन, सम अष्टफलक (ऑक्टाहेड्रन), सम द्वादशफलक (टोडेका-हेड्रन) और सम आइकोसाहेड्रन (20 फलक वाला)। उदाहरण के लिए,

घन

- एक **प्रिज़्म** वह बहुफलकी है, जिसके निचले और ऊपरी फलक (जो आधार कहलाते हैं) सर्वांगसम बहुभुज हों तथा अन्य फलक, जिन्हें पार्श्व फलक कहा जाता है, समांतर चतुर्भुज हों। (जब पार्श्व फलक आयत हों, तो यह आकार या ठोस एक **लंब प्रिज़्म** कहलाता है।)
- एक **पिरामिड** वह बहुफलकी है, जिसका आधार कोई बहुभुज होता है तथा पार्श्व फलक त्रिभुज होते हैं।
- एक **मानचित्र** किसी विशिष्ट वस्तु / स्थान की अन्य वस्तुओं / स्थानों के संदर्भ में अवस्थिति प्रदर्शित करता है।

प्रयास कीजिए

किसी आकृति का सामने का हिस्सा, ऊपर तथा पार्श्व दर्शाये गये हैं। सेंटीमीटर घनों का उपयोग कर आकृति बनायें। तब आकृति का रेखाचित्र खींचे।

- **स्केल** उस मानचित्र की ड्रॉइंग / मॉडल की विमाओं और वास्तविक वस्तु की विमाओं के बीच संबंध होता है।
- एक मानचित्र में, विभिन्न वस्तुओं और स्थानों को दर्शाने के लिए संकेतों का प्रयोग किया जाता है।
- मानचित्रों में एक स्केल संबद्ध होता है, जो एक विशिष्ट मानचित्र के लिए निश्चित होता है।

सोचिए और चर्चा कीजिए

1. समझाईए कि आप ऊपर से खुले एक बक्से, जो लंब प्रिज़्म के आकार का हो, का पृष्ठ कैसे ज्ञात करेंगे।
2. किसी बेलन की नेट का निर्माण कीजिए।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 और 2 में, चार विकल्प दिये हैं, जिनमें से एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: प्रिज्म एक बहुफलकी है जिसके पार्श्वफलक होते हैं–

(a) वृत्त (b) त्रिभुज

(c) समांतर चतुर्भुज (d) समचतुर्भुज

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 2: पिरामिड एक बहुफलकी है, जिसके पार्श्वफलक होते हैं–

(a) आयत (b) त्रिभुज

(c) समांतर चतुर्भुज (d) समचतुर्भुज

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 3 और 4 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

उदाहरण 3: एक समबहुफलकी में, प्रत्येक शीर्ष पर मिलने वाले फलकों की संख्या _______ होती है।

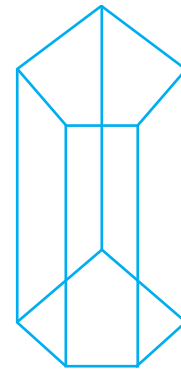
हल एक ही या बराबर

उदाहरण 4: एक पंचभुजाकार प्रिज्म में _______ किनारे होते हैं।

हल 15

उदाहरण 5 और 6 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य

उदाहरण 5: एक गोला बहुफलकी है।

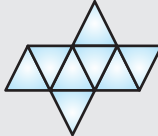
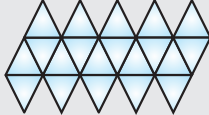
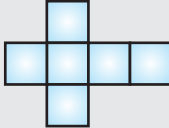
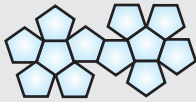
हल असत्य

पंचभुजाकार प्रिज्म

उदाहरण 6: एक प्रिज्म में, पार्श्वीय (या पार्श्व) फलकों का सर्वांगसम होना आवश्यक नहीं है।

हल सत्य

उदाहरण 7: नीचे दिये ठोस के ऊपर से, सामने से तथा पार्श्व दृश्य खींचिए–

हल

सामने का दृश्य

ऊपर का दृश्य

पार्श्व दृश्य

क्रियाकलाप

पटरी और परकार का उपयोग एक कार्ड बोर्ड पर प्रत्येक नेट का बड़ा रूपांतरण खींचने के लिए कीजिए। प्रत्येक नेट को बहुफलक के रूप में तह कीजिए।

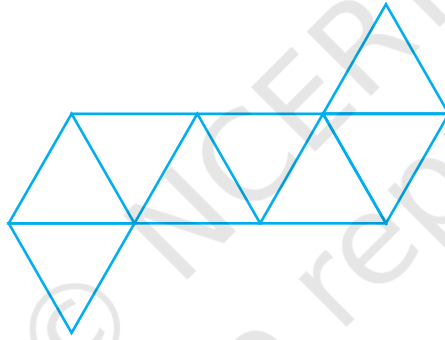
सम बहुफलक			
नाम	**फलक**	**उदाहरण**	**नेट**
चतुष्फलक	4 त्रिभुज		
अष्टफलक	8 त्रिभुज		
आइकोसाहेड्रान	20 त्रिभुज		
घन	6 वर्ग		
द्वादशफलक	12 पंचभुज		

12/04/18

प्रयास कीजिए

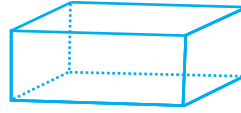
1. प्रत्येक बहुफलक, जो आपने बनाये हैं के लिए शीर्षों की संख्या V, किनारों की E तथा फलकों की F से सारणी को पूरा कीजिए।
2. **अनुमान लगाइए :** बहुफलक के शीर्षों की, किनारों की तथा फलकों की संख्याओं के संबंध के बारे में आप क्या सोचते हैं कि सत्य है?

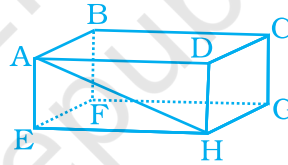
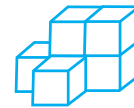
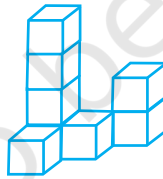
बहुफलक	V	E	F	V - E + F
चतुष्फलक				
अष्टफलक				
आइकोसाहेड्रान				
घन				
द्वादशफलक				

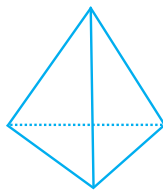
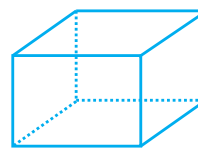
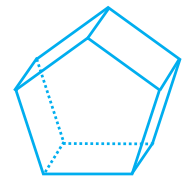
उदाहरण 8: उस आकार की पहचान कीजिए, जिसका जाल (या नेट) नीचे दिया है–

हल यह आकार पूर्ण रूप से समबाहु त्रिभुजों से बना है। जब इसे उपयुक्त रूप से मोड़ा जाता है, तो एक नियमित या सम अष्टफलक बनता है। ध्यान दीजिए कि क्योंकि ये फलक समबाहु त्रिभुज (सम बहुभुज) और सर्वांगसम हैं, इसलिए उपरोक्त ठोस एक सम बहुफलकी है।

बहुफलकों का निर्माण करने में नेटों का उपयोग

एक बहुफलकी चार या अधिक बहुभुजों, जो केवल किनारों पर प्रतिच्छेद करते हैं, से बनता है और प्रत्येक शीर्ष पर समान संख्या के फलक प्रतिच्छेद करते हैं। सम बहुफलकों को प्लेटोनिक ठोस भी कहते हैं। ऐसे केवल पाँच सम बहुफलक हैं।

उदाहरण 9: नीचे दिया ठोस एक आयताकार प्रिज्म या घनाभ है। इस आकार के सभी विकर्ण बनाइए।

हल इसके केवल चार विकर्ण हैं, जिन्हें नीचे दर्शाया गया है–

ध्यान दीजिए कि एक 3D आकार में, उन दो शीर्षों को मिलाते हैं, जो एक ही फलक में स्थित नहीं होते हैं। उदाहरणार्थ, नीचे दी आकृति में रेखाखंड AH इस ठोस का विकर्ण नहीं है। विकर्णों को अवश्य ही, ठोस के अभ्यंतर या आंतरिक भाग से होकर जाना चाहिए। परंतु AH फलक ADHE का विकर्ण है।

उदाहरण 10: दी गयी आकृतियों में घनों की संख्या लिखिए।

हल (i) 8 घन (ii) 6 घन

उदाहरण 11: निम्न बहुफलकियों के नाम लिखिए तथा प्रत्येक के लिए ऑयलर के सूत्र का सत्यापन कीजिए–

(a)

(b)

(c)

हल

क्रम सं.	बहुफलकी	F	V	F + V	E	F + V –E
1	चतुष्फलक	4	4	8	6	2
2	घन	6	8	14	12	2
3	पंचभुजाकार प्रिज्म	7	10	17	15	2

किसी त्रिविमीय वस्तु के भीतर के स्थान आयतन को घन इकाई में मापा जाता है। यदि आपने ऐसे ब्लॉक (घन) बनाये हों जो एक घन इकाई के हों तो इनसे बनी संरचना का आयतन उसमें ब्लाक की संख्या के बराबर है। उदाहरण के लिए, 8 ब्लाक से बनी संरचना का आयतन 8 घन इकाई है। यदि ब्लाक की एक किनारी 1cm लंबी हो तो संरचना का आयतन $8cm^3$ है।

उदाहरण 12: किसी बहुफलकी में 7 फलक और 10 शीर्ष हैं। इस बहुफलकी में कितने किनारे (या कोर) हैं?

हल किसी बहुफलकी के लिए,

$F + V - E = 2$

यहाँ $F = 7, V = 10, E = ?$ है।

उपरोक्त सूत्र के प्रयोग से,

$7 + 10 - E = 2$

$17 - E = 2$

$17 - 2 = E$

$E = 15$

उदाहरण 13: उस बहुफलकी में शीर्षों की संख्या ज्ञात कीजिए, जिसमें 30 किनारे और 12 फलक हैं।

हल किसी भी बहुफलकी के लिए,

$F + V - E = 2$

यहाँ $F = 12, V = ?, E = 30$ है।

उपरोक्त सूत्र का प्रयोग करने पर,

$12 + V - 30 = 2$

$V - 18 = 2$

$V = 2 + 18$

$V = 20$

उदाहरण 14: किसी मानचित्र में, शहर A और शहर B की दूरी 6cm दर्शायी गयी है। यदि स्केल 1cm = 200 km निरूपित करता है, तो शहर A और शहर B के बीच की वास्तविक दूरी ज्ञात कीजिए।

हल 1 cm द्वारा निरूपित वास्तविक दूरी = 200km

सोचिए और चर्चा कीजिए

एक अकेले ब्लाक का पृष्ठीय क्षेत्रफल वर्ग इकाई में कितना है?

यदि ब्लाक के किनारे की लंबाइयाँ 2 सेमी हैं तो ब्लाक का पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या है?

दायीं ओर दी गयी संरचना का आयतन घन इकाई में क्या है?

उपरोक्त संरचना में वर्ग इकाई में पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या है?

(**याद रखिये** संरचना में केवल बाहरी वर्गों को गिनिए)

अतः, 6cm द्वारा निरूपित वास्तविक दूरी = 6×200km

= 1200km

अतः शहर A और शहर B के बीच की वास्तविक दूरी 1200km है।

उदाहरण 15: एक भवन की ऊँचाई 9m है तथा इसे एक मानचित्र में, 9cm द्वारा निरूपित किया गया है। इस मानचित्र के लिए, क्या स्केल प्रयुक्त किया गया है?

हल मानचित्र का स्केल $= \dfrac{\text{खींची गयी माप}}{\text{वास्तविक माप}}$

$= \dfrac{9\,\text{cm}}{900\,\text{cm}}$ (क्योंकि 9m = 900cm है)

$= \dfrac{1}{100}$

इस प्रकार, स्केल 1: 100 है।

उदाहरण 16: किसी मानचित्र पर स्केल 1mm : 4m है। वास्तविक दूरी 52m के लिए, मानचित्र पर दूरी ज्ञात कीजिए।

हल वास्तविक दूरी 4m के लिए मानचित्र पर दूरी = 1mm

अतः, वास्तविक दूरी 52m के लिए, मानचित्र पर दूरी $= \dfrac{1}{4} \times 52\,\text{mm}$

= 13 mm

इस प्रकार, 52m की वास्तविक दूरी के लिए, मानचित्र पर दूरी 13mm है।

सभी प्रिज्मों में दो सर्वसम समांतर फलक होते हैं। ये दोनों फलक सदैव बहुभुज होते हैं। प्रिज्म में शेष फलक सदैव समांतर चतुर्भुज होते हैं।

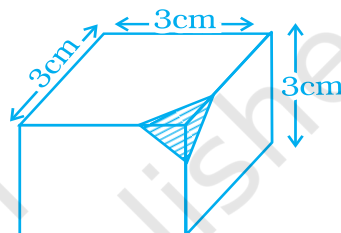
प्रिज्म को कभी-कभी उसके सिरों के समांतर फलकों के आकार द्वारा जाना जाता है। उदाहरण के लिए त्रिभुजाकार प्रिज्म के सिरे त्रिभुजाकार फलक होते हैं और आयताकार प्रिज़्म के सिरे आयताकार फलक होते हैं।

त्रिभुजाकार प्रिज्म

आयताकार प्रिज्म

उदाहरण 17: **समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग**

निम्न आकृति में, किनारों, शीर्षों और फलकों की संख्याएँ निर्धारित कीजिए-

हल **समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए**

- हमें प्रश्न में क्या सूचना दी गयी है?
  एक घन जिसका एक कोना कटा हुआ है।
- आप क्या ज्ञात करना चाहते हैं?
  किनारों, शीर्षों और फलकों की संख्या।
- क्या कोई ऐसी सूचना है, जिसकी आवश्यकता नहीं है?
  किनारों की मापों की आवश्यकता नहीं है।

एक युक्ति की योजना बनाइए

- किनारे, शीर्ष और फलक की परिभाषाओं के बारे में सोचिए तथा इनका ऊपर दी हुई आकृति से सह-संबंध स्थापित करने का प्रयास कीजिए।

हल कीजिए

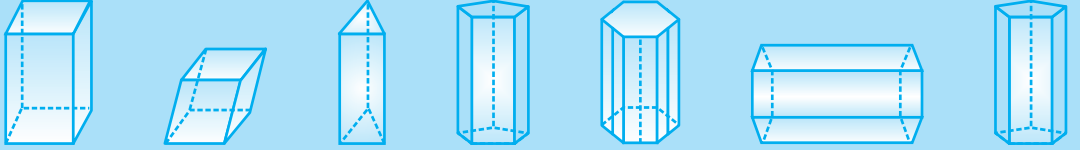
- बहुभुजीय क्षेत्र फलक कहलाते हैं। अत:, यहाँ 7 फलक हैं।
- दो फलकों के प्रतिच्छेदन से बना रेखाखंड एक किनारा कहलाता है। अत:, यहाँ 15 किनारे हैं।
- किनारे शीर्षों पर मिलते हैं, जो बिंदु हैं। अत:, यहाँ 10 शीर्ष हैं।

पुनर्निरीक्षण

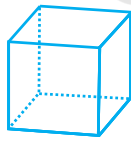
- इस उत्तर को ऑयलर के सूत्र $F + V = E + 2$ से सत्यापित करते हैं।
  उपरोक्त समस्या के लिए, $F = 7$, $V = 10$, $E = 15$ है।

$F + V = 7 + 10 = 17$

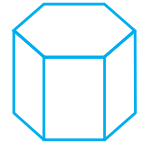
$E + 2 = 15 + 2 = 17$

इस प्रकार, $F + V = E + 2$ का सत्यापन हो गया।

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 21 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. निम्न में से कौन एक बहुफलकी नहीं है?

(a)

(b)

(c)

(d)

2. निम्न में से किसी से एक बहुफलकी नहीं बनेगा?

(a) 3 त्रिभुज (b) 2 त्रिभुज और तीन समांतर चतुर्भुज

(c) 8 त्रिभुज (d) 1 पंचभुज और 5 त्रिभुज

3. निम्न में से कौन एक सम बहुफलकी है?

(a) घनाभ (b) त्रिभुजाकार प्रिज़्म

(c) घन (d) वर्गाकार प्रिज़्म

4. निम्न में से कौन एक द्विविमीय आकार है?

(a) आयत (b) आयताकार प्रिज़्म

(c) वर्गाकार पिरामिड (d) वर्गाकार प्रिज़्म

5. निम्न में से कौन एक पिरामिड का आधार हो सकता है?

(a) रेखाखंड (b) वृत्त (c) अष्ठभुज (d) अंडाकार आकृति

6. किस त्रिविमीय आकार में शीर्ष नहीं होता है?

(a) पिरामिड (b) प्रिज़्म (c) शंकु (d) गोला

7. ठोस, जिसके किनारे केवल रेखाखंड ही हों–

(a) बहुफलकी (b) शंकु (c) बेलन (d) बहुभुज

सोचिए और चर्चा कीजिए

सभी प्रिज़्म क्या उभयनिष्ट हैं?

जो प्रिज़्म नहीं हैं वे कैसे प्रिज़्मों से भिन्न हैं?

8. एक बहुफलकी में, यदि F = V = 5 है, तो इस आकार में किनारों की संख्या होगी–

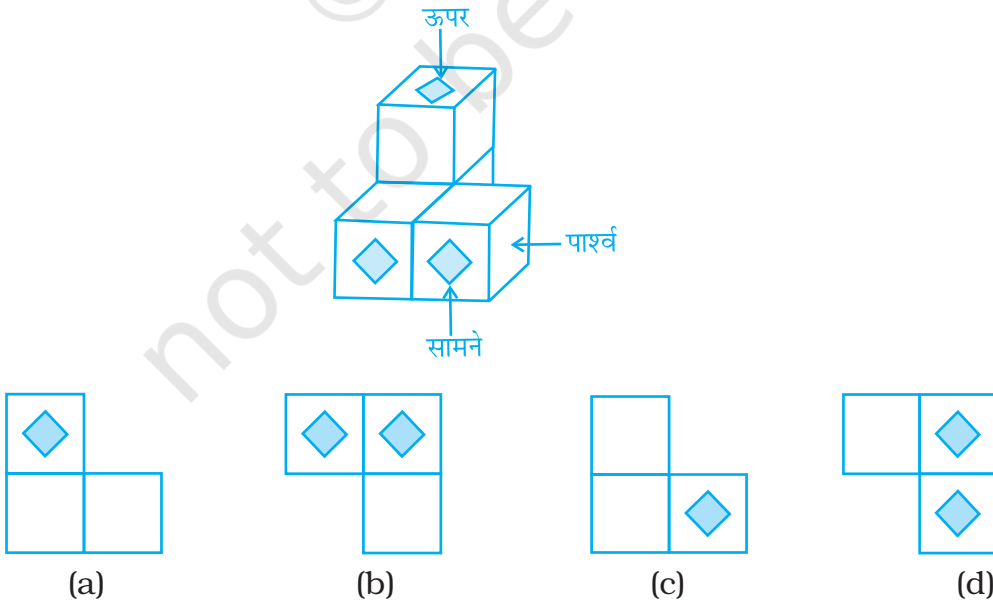
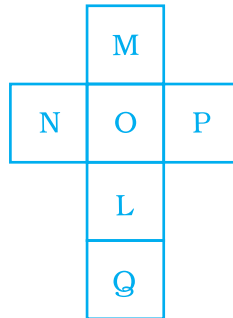
(a) 6 (b) 4 (c) 8 (d) 2

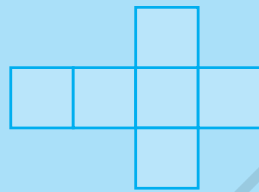
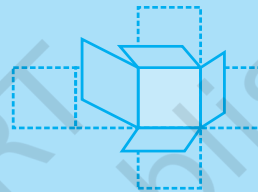
9. निम्न में से कौन दिये हुए आकार का ऊपर से दृश्य है?

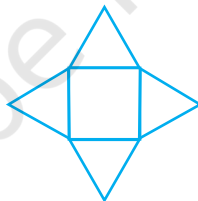
(a)

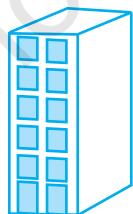
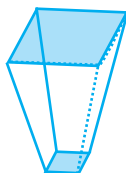
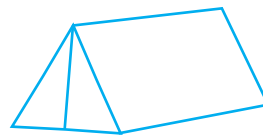
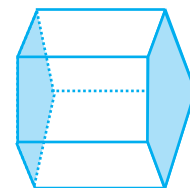
(b)

(c)

(d)

10. नीचे दिये जाल को मोड़कर एक घन का आकार प्राप्त किया जा सकता है। अक्षर L से अंकित फलक किस अक्षर से अंकित फलक के सम्मुख है?

(a) M (b) N (c) Q (d) O

एक नेट एक ऐसी सपाट आकृति है जिसे तह करने पर एक बंद त्रिविमीय वस्तु प्राप्त की जा सकती है। ऐसी वस्तु ठोस कहलाती है।

नेट

ठोस घन

11. निम्न में से किस जाल से शंकुजनित होगा?

(a) (b) (c) (d)

12. निम्न में से कौन एक प्रिज़्म नहीं है?

(a) (b) (c) (d)

13. हमारे पास 4 सर्वांगसम समबाहु त्रिभुज हैं। एक पिरामिड बनाने के लिए, हमें और किसकी आवश्यकता है?

(a) एक समबाहु त्रिभुज।

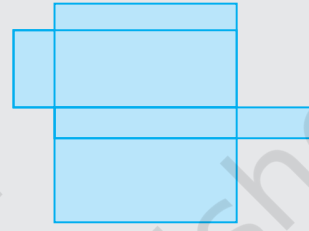
(b) एक वर्ग जिसकी भुजा की लंबाई त्रिभुज की भुजा के बराबर हो।

(c) 2 समबाहु त्रिभुज जिनकी भुजाएँ त्रिभुज की भुजाओं के बराबर हों।

(d) 2 वर्ग जिनकी भुजाओं की लंबाइयाँ त्रिभुज की भुजाओं के बराबर हों।

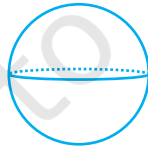
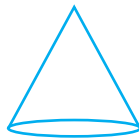
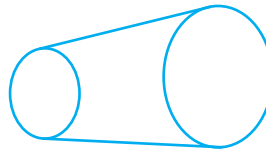
भागीदारी और संक्षिप्तीकरण

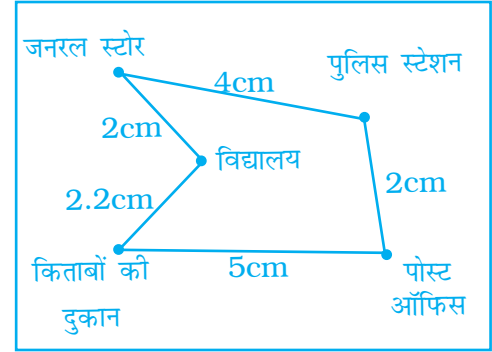
1. समझाइए कि किसी ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल उसके नेट से कैसे प्राप्त करते हैं।

2. यहाँ एक आयताकार ठोस की नेट है। आप कोई माप लीजिए जो आप सोचते हैं कि ठोस के आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल को ज्ञात करने के लिए आवश्यक है। समझाइए कि आपने क्या मापें लीं तथा आपने उनसे क्या किया।

किसी त्रिविमीय वस्तु का पृष्ठीय क्षेत्रफल वस्तु के पृष्ठ द्वारा घेरा गया स्थान है। यदि आप वस्तु को लें और उसे इस प्रकार फैला दें कि आप उसकी सभी किनारी एक साथ देख सकें, तो सपाट आकृति का क्षेत्रफल ही पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा। (नीचे का पृष्ठ लेना मत भूलिए) पृष्ठीय क्षेत्रफल भी वर्ग इकाई में मापा जाता है।

14. एक वर्गाकार बगीचे की भुजा 30m है। इसका चित्र खींचने के लिए स्केल 1cm : 5m का प्रयोग किया गया है। तब, चित्र में इस बगीचे का परिमाप होगा–

(a) 20cm (b) 24cm (c) 28cm (d) 30cm

15. निम्न में से किस आकार का एक शीर्ष है?

16. नीचे दिये मानचित्र में, स्थानों के बीच की दूरी स्केल 1cm : 0.5km का प्रयोग करते हुए दर्शायी गयी है तब, स्कूल और पुस्तक की दुकान की दूरी (km में) है–

(a) 1.25 (b) 2.5
(c) 2 (d) 1.1

शब्दावली संबंध

इस इकाई में कुछ शब्दावली पदों से परिचित होने के लिए निम्न पर विचार कीजिए:

1. शब्द **edge** (किनारा) लैटिन शब्द **ACER**, जिसका अर्थ 'पैना' है, से बना है। किसी त्रिविमीय आकृति के किनारे को परिभाषित करने के लिए लैटिन मूल आपकी कैसे सहायता करता है?

2. शब्द **vertex** (शीर्ष) का अर्थ 'चोटी' अथवा 'सबसे ऊँचा बिंदु' हो सकता है। शंकु या पिरामिड का कौन-सा भाग शीर्ष है?

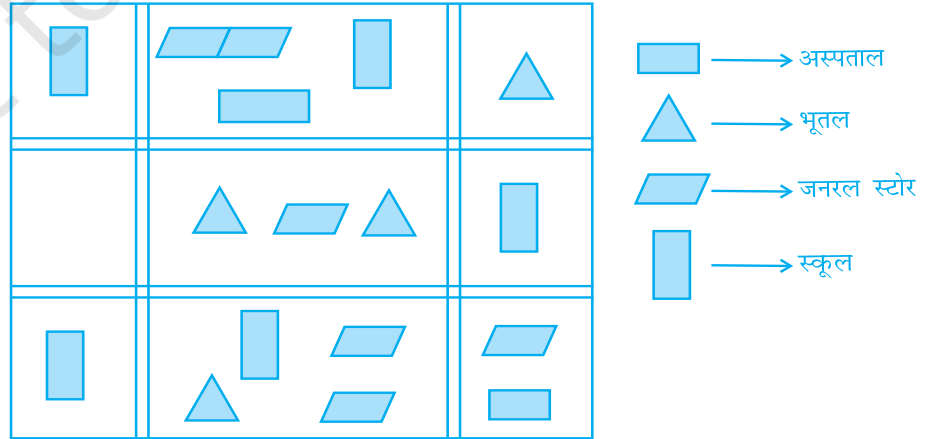
4. शब्द **prism** (प्रिज़्म) यूनानी शब्द **PRIEIN**, जिसका अर्थ 'चीरना' है, से आया है। आप प्रिज़्म को चीरने अथवा काटने से कैसे बता सकते हैं?

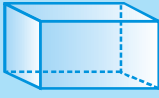
17. निम्न में से कौन एक बहुफलकी के लिए सत्य नहीं हो सकता?

(a) V = 4, F = 4, E = 6 (b) V = 6, F = 8, E = 12
(c) V = 20, F = 12, E = 30 (d) V = 4, F = 6, E = 6

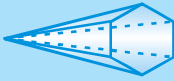
18. एक कमरे के मानचित्र में, किसी आर्किटेक्ट ने कमरे की ऊँचाई को 33cm दर्शाया है। यदि कमरे की वास्तविक ऊँचाई 330cm है, तो उसके द्वारा प्रयुक्त स्केल है–

(a) 1:11 (b) 1:10 (c) 1:100 (d) 1:3

नीचे एक नगर का मानचित्र दिया गया है– प्रश्न 19-21 के उत्तर दीजिए।

19. नगर में अस्पतालों की संख्या है–

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

इसमें दो आयताकार आधार हैं।
इसमें चार अन्य आयताकार फलक हैं।
आकृति एक आयताकार प्रिज़्म है।

इसमें एक आयताकार आधार है।
इसमें चार त्रिभुजाकार फलक हैं।
आकृति एक आयताकार पिरामिड है।

इसमें दो त्रिभुजाकार आधार हैं।
इसमें तीन आयताकार फलक हैं।
आकृति एक त्रिभुजाकार प्रिज़्म है।

इसमें एक षट्भुजाकार आधार है।
इसमे छः त्रिभुजाकार फलक हैं।
आकृति एक षट्भुजाकार पिरामिड है।

20. जनरल स्टोरों और मैदानों की संख्याओं का अनुपात है–

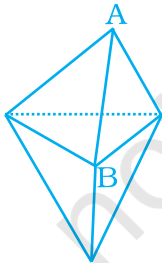
(a) 1 : 2 (b) 2 : 1 (c) 2 : 3 (d) 3 : 2

21. मानचित्र के अनुसार, नगर में स्कूलों की संख्या है–

(a) 4 (b) 3 (c) 5 (d) 2

प्रश्न 22 से 41 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

22. एक त्रिभुजाकार पिरामिड को ________ भी कहा जाता है।

23. आयताकार प्रिज़्म ________ भी कहलाता है।

24. आकृति

में, B पर मिलने वाले फलकों की संख्या ________ है।

25. n भुजाओं वाले बहुभुज पर बने पिरामिड में ________ फलक होते हैं।

26. यदि किसी बहुफलकी के 12 फलक और 20 शीर्ष हैं, तो इस ठोस में किनारों की संख्या ________ है।

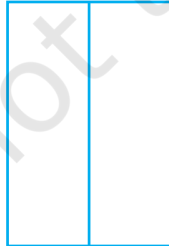
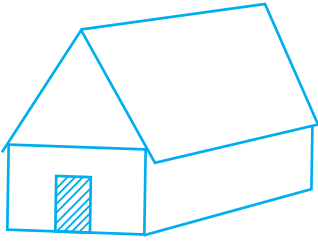
27. दिये हुए जाल को मोड़कर _______ बनाया जा सकता हैं।

28. केवल 1 शीर्ष वाली ठोस आकृति _______ है।

29. आठ किनारों वाले पिरामिड में फलकों की कुल संख्या _______ है।

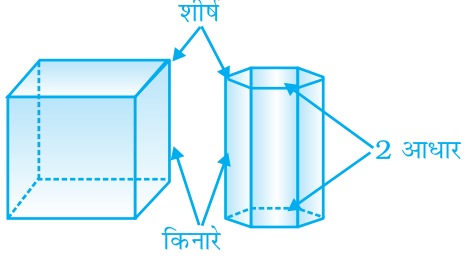
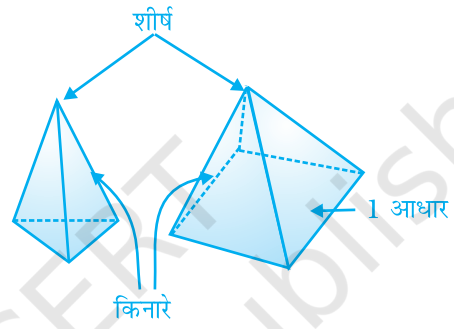
30. एक आयताकार प्रिज़्म के जाल में _______ आयत होते हैं।

(संकेत- प्रत्येक वर्ग एक आयत है, परंतु प्रत्येक आयत एक वर्ग नहीं है)।

> त्रिविमीय आकृतियों में तीन विमाएँ-लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई होती हैं। त्रिविमीय आकृति में सपाट पृष्ठ **फलक** होता है। **किनारा** वह है जहाँ दो फलक मिलते हैं।
>
> एक **बहुफलकी** ऐसी त्रिविमीय आकृति है जिसके सभी फलक बहुभुज हैं। बहुफलकी का एक शीर्ष वह बिंदु है जहाँ तीन या अधिक किनारे मिलते हैं। बहुफलकी को नाम देने के लिए जिस फलक का उपयोग होता है, उसे आधार कहते हैं।

31. एक त्रिविमीय आकार में, विकर्ण वह रेखाखंड है जो ऐसे दो शीर्षों को मिलाने से बनता है, जो एक ही _______ पर स्थित नहीं है।

32. यदि एक मानचित्र पर 4km को 1cm से निरूपित किया जाता है, तो 16km को _______ cm से निरूपित किया जाएगा।

33. यदि दो A और B स्थानों के बीच की वास्तविक दूरी 110km को एक मानचित्र पर 25mm से निरूपित किया जाता है, तो प्रयुक्त स्केल _______ है।

34. एक पंच भुजाकार प्रिज़्म में _______ फलक होते हैं।

35. यदि एक पिरामिड का आधार एक षड्भुज है, तो इसके शीर्षों की संख्या _______ है।

36. है _______ दृश्य का।

37. में घनों की संख्या _______ है।

38. यदि एक बहुफलकी में शीर्षों और फलकों की संख्याओं का योग 14 है, तो इस आकार में किनारों की संख्या ________ है।

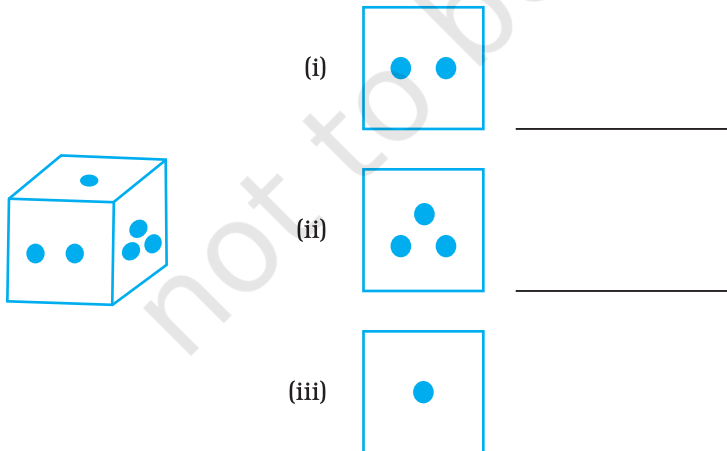
39. सम बहुफलकियों की कुल संख्या ________ है।

एक प्रिज़्म में दो आधार होते हैं और एक पिरामिड में एक आधार होता है।

प्रिज़्म	पिरामिड
प्रिज़्म एक ऐसा बहुफलकी है जिसमें दो समांतर, सर्वांगसम आधार होते हैं। आधार के कई बहुभुज हो सकते हैं। अन्य फलक समांतर चतुर्भुज होते हैं।	पिरामिड एक ऐसा बहुफलकी है जिसमें एक आधार होता है। आधार कोई बहुभुज हो सकता है। अन्य फलक त्रिभुज होते हैं।
शीर्ष, 2 आधार, किनारे	शीर्ष, 1 आधार, किनारे

40. एक सम बहुफलकी ऐसा ठोस है, जो ______ फलकों से बनता है।

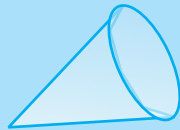
41. निम्न ठोस में से प्रत्येक में, 'सामने से', 'पार्श्व' और 'ऊपर से' दृश्यों को पहचानिए तथा उन्हें दिये हुए स्थानों पर लिखिए–

(a)

(b)

(i) ______________

(ii) ______________

(iii) ______________

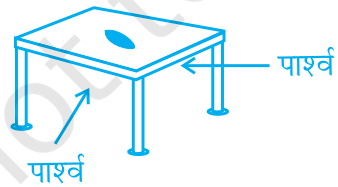
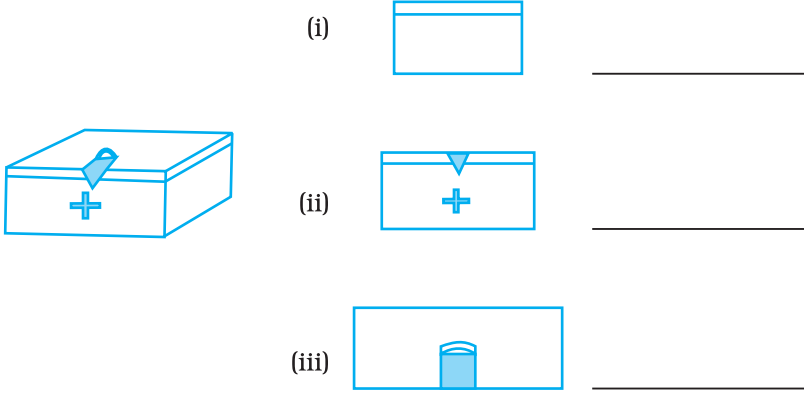
सभी फलक बहुभुज हैं अतः आकृति बहुफलकी है।
इसमें एक त्रिभुजाकार आधार है।
आकृति एक त्रिभुजाकार पिरामिड है।
सभी फलक बहुभुज नही हैं। अतः आकृति बहुफलकी नहीं है।
इसमें दो वृत्ताकार आधार हैं।
आकृति एक बेलन है।
सभी फलक बहुभुज नहीं हैं। अतः आकृति बहुफलकी नहीं है।
इसमें एक वृत्ताकार आधार है।
आकृति एक शंकु है।

(c)

पार्श्व
पार्श्व
(i)
(ii)
(iii)

(d)

(i) ____________

(ii) ____________

(iii) ____________

प्रश्न 42 से 61 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

42. घनाभ का अन्य नाम चतुष्फलक है।

43. एक बहुफलकी में तीन फलक हो सकते हैं।

44. न्यूनतम फलकों वाला एक बहुफलकी एक त्रिभुजाकार पिरामिड कहलाता है।

45. सम अष्टफलक में, आठ सर्वांगसम फलक होते हैं, जो समद्विबाहु त्रिभुज होते हैं।

सोचिए और चर्चा कीजिए

1. समझाइए कि प्रिज़्म या पिरामिड कैसे पहचानते हैं।

2. बेलनों और प्रिज़्मों की तुलना कीजिए और उनमें भेद कीजिए। वे किस प्रकार एक जैसे हैं? वे कैसे अलग हैं?

3. पिरामिडों और शंकुओं की तुलना कीजिए और उनमें भेद कीजिए। वे कैसे एक जैसे हैं? वे कैसे अलग हैं?

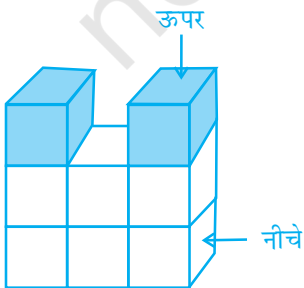
46. पंचभुजाकार प्रिज़्म में, पाँच पंचभुज होते हैं।

47. प्रत्येक बेलन में, 2 सम्मुख फलक सर्वांगसम वृत्त होते हैं। अतः, यह एक प्रिज़्म भी है।

48. ऑयलर का सूत्र सभी त्रिविमीय आकारों के लिए सत्य है।

49. एक बहुफलकी में 10 फलक, 20 किनारे और 15 शीर्ष हो सकते हैं।

50. ऊपर से आकृति का दृश्य है–

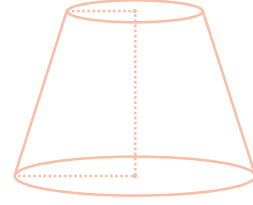
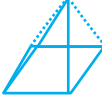
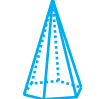
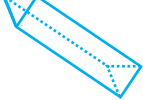
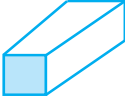
12/04/18

51. एक समांतर चतुर्भुज में किनारों की संख्या 4 है।

52. प्रत्येक ठोस आकार का एक अद्वितीय जाल होता है।

53. पिरामिड में कोई विकर्ण नहीं होता।

54. दायीं तरफ दिया गया आकार एक बेलन है–

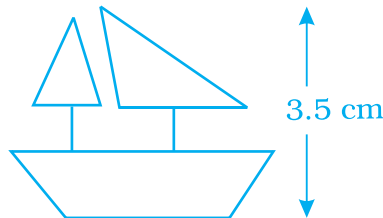
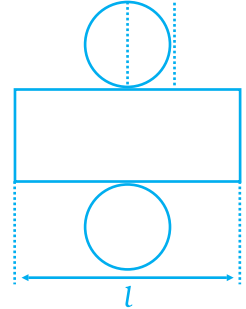
55. एक घनाभ के न्यूनतम 4 विकर्ण होते हैं।

56. सभी घन प्रिज़्म हैं।

बेलन और शंकु बहुफलकी नहीं होते हैं, क्योंकि वे सभी बहुभुजीय फलकों से नहीं बने होते हैं।

बेलन	शंकु
एक बेलन में दो समांतर सर्वांगसम आधार जो वृत्त हैं, होते हैं। 2 आधार	एक शंकु में एक आधार होता है जो एक वृत्त है तथा एक पृष्ठ होता है, जो एक बिंदु पर पहुँचता है जिसे शीर्ष कहते हैं। शंकु 1 आधार

57. एक बेलन एक त्रिविमीय आकार है, जिसमें विभिन्न त्रिज्याओं के दो वृत्ताकार फलक होते हैं।

58. दायीं तरफ दी हुई आकृति के आधार पर एक बेलन के जाल में आयत की लंबाई उसके जाल में वृत्तों की परिधि के बराबर है।

59. यदि एक मानचित्र पर 100 m की दूरी 1cm से निरूपित की जाती है, तो 2cm के संगत दूरी 200 m है।

60. यदि नीचे दर्शाए गए एक जहाज के मॉडल की ऊँचाई 3.5 cm है, तो जहाज की वास्तविक ऊँचाई 210 cm होगी, जबकि स्केल 1 : 60 चुना जाता है।

61. किसी स्टोर के कमरे की वास्तविक चौड़ाई 280 cm है। यदि इसकी ड्राइंग बनाने के लिए, 1 : 7 स्केल लिया जाता है, तो ड्राइंग में कमरे की चौड़ाई 40 cm होगी।

62. नीचे दी गई सारणी को पूरा कीजिए–

क्रम No	ठोस	ठोस का आकार	फलकों की संख्या F	शीर्षों की संख्या V	किनारों की संख्या E	F + V	E + 2
a.	घनाभ						
b.	त्रिभुजाकार पिरामिड						
c.	वर्गाकार पिरामिड						
d.	आयताकार पिरामिड						
e.	पंचभुजाकार पिरामिड						
f.	षड्भुजाकार पिरामिड						
g.	त्रिभुजाकार प्रिज़्म						
h.	वर्गाकार प्रिज़्म						
i.	घन						
j.	पंचभुजाकार प्रिज़्म						
k.	अष्ठभुजाकार प्रिज़्म						
l.	सप्तभुजाकार प्रिज़्म						

63. निम्न ठोसों में से प्रत्येक में कितने फलक हैं?

(a) चतुष्फलक

(b) षट्फलक

(c) अष्ठभुजाकार पिरामिड

(d) अष्टफलक

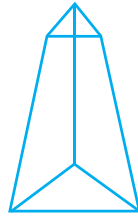
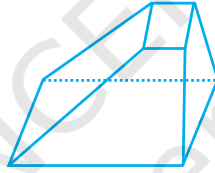
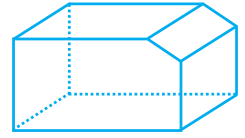
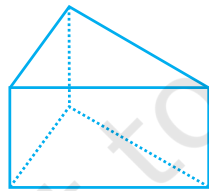
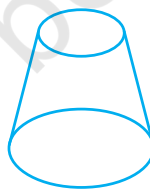
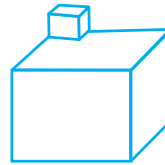
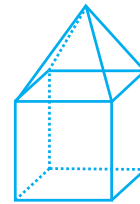
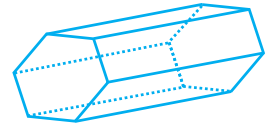
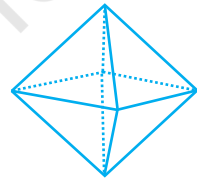
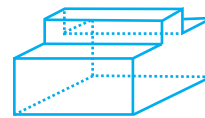
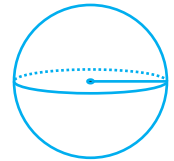
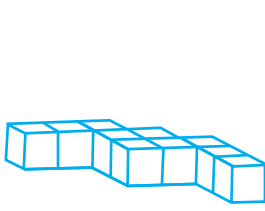
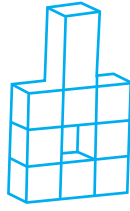
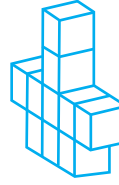
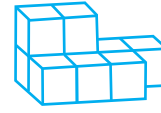
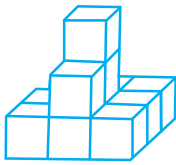
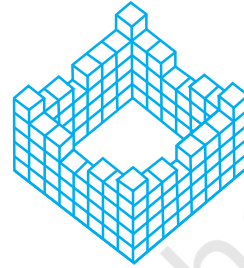
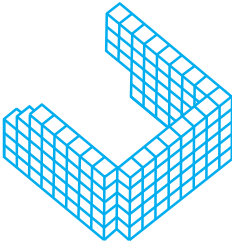
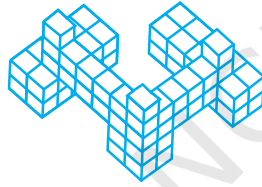
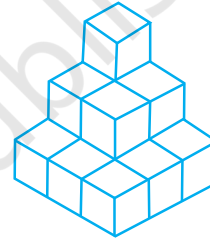
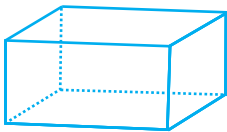
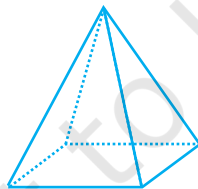
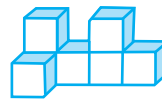
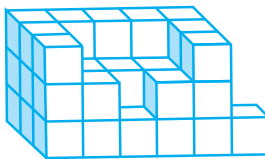
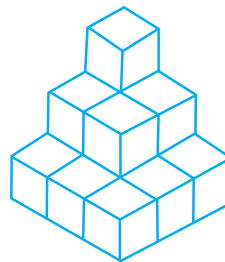
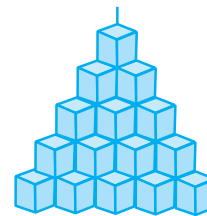
64. एक सम षड्भुज आधार का एक प्रिज़्म खींचिए, जिसका एक फलक आपके सामने हो। अब, इस ठोस का ऊपर से दृश्य, सामने से दृश्य और पार्श्व दृश्य खींचिए।

65. निम्न ठोसों में से प्रत्येक में कितने शीर्ष हैं?

(a) शंकु
(b) बेलन
(c) गोला
(d) अष्ठभुजाकार पिरामिड
(e) चतुष्फलक
(f) षड्भुजाकार प्रिज़्म

66. निम्न ठोसों में से प्रत्येक में कितने किनारे हैं?

(a) शंकु
(b) बेलन
(c) गोला
(d) अष्ठभुजाकार पिरामिड
(e) षड्भुजाकार प्रिज़्म
(f) केलिडस्कोप

67. निम्न आकारों को देखिए और बताइए कि इनमें कौन-कौन बहुफलकी हैं।

68. नीचे दिये आकारों में घनों की संख्याओं को गिनिए–

69. नीचे दिए गए आकारों के सामने से, पार्श्व और ऊपर से दृश्यों को खींचिए–

प्रयास कीजिए

1. एक नेट का उपयोग 3 cm × 6 cm × 9 cm का एक आयताकार प्रिज़्म बनाने के लिए कीजिए।
2. ऊँचाई 3 cm तथा त्रिज्या 1.5 cm का एक बेलन बनाने के लिए एक नेट का उपयोग कीजिए। (संकेत: नेट में आयत की लंबाई वृत्त की परिधि से सुमेलित होनी चाहिए, इसलिए लंबाई $2\pi r = 2\pi \times 1.5 \approx 9.42$ cm होनी चाहिए।)

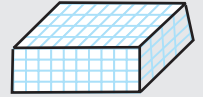
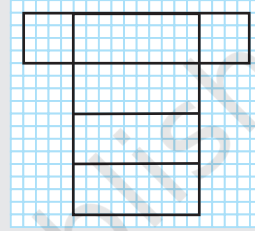
प्रिज़्मों और बेलनों को बनाने में नेटों का उपयोग

एक नेट द्विविमीय ऐसा पैटर्न है जिसको तह करके त्रिविमीय आकृति बनायी जा सके। आप 1cm वाले ग्राफ पेपर का उपयोग नेट बनाने में कर सकते हैं।

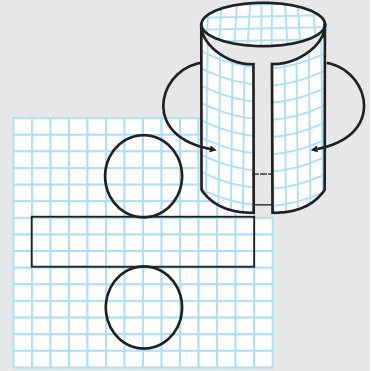
क्रियाकलाप

1. आयताकार प्रिज़्म बनाने में नेट का उपयोग

a. दाएँ ओर दी गयी नेट को एक ग्राफ पेपर पर खींचिए। प्रत्येक आयत 10 वर्ग×4 वर्ग का है। दो वर्ग प्रत्येक ओर 4 छोटे वर्ग के बराबर हैं।

b. नेट को काटकर निकाल लीजिए। प्रत्येक आयत के अनु तह कर एक आयताकार प्रिज़्म बना लीजिए। किनारों को टेप से चिपकाकर उसे स्थिर कीजिए।

2. बेलन बनाने में नेट का उपयोग

a. दाएँ ओर की नेट को एक ग्राफ पेपर पर खींचिए। आयत 25 वर्ग ×8 वर्ग का है। वृत्तों को बनाने के लिए परकार का उपयोग कीजिए। प्रत्येक वृत्त की त्रिज्या 4 वर्गों के बराबर है।

b. नेट को काटकर निकाल लीजिए। नेट को, जैसा दिखाया गया है, तह करके एक बेलन बना लीजिए। किनारों को टेप से चिपकाकर उसे स्थिर कीजिए।

70. ऑयलर के सूत्र का प्रयोग करते हुए, नीचे दी गई सारणी में अज्ञात x, y, z, p, q, r, को ज्ञात कीजिए–

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
फलक	7	y	9	p	6	8
शीर्ष	10	12	z	6	q	11
किनारे	x	18	16	12	12	r

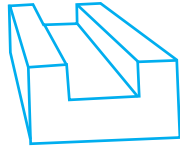
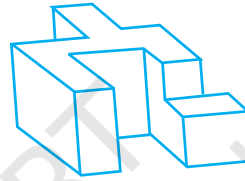
सोचिए और चर्चा कीजिए

1. आयताकार प्रिज़्म, जो आपने बनाया है, की विमाएँ क्या हैं?
2. बेलन, जो आपने बनाया है, की ऊँचाई क्या है? बेलन की त्रिज्या क्या है?

71. क्या किसी बहुफलकी में $V = F = 9$ और $E = 16$ हो सकता है? यदि हाँ, तो इसकी आकृति खींचिए।

72. जाँच कीजिए कि क्या एक बहुफलकी में $V = 12$, $E = 6$ और $F = 8$ हो सकता है।

73. एक बहुफलकी में 60 किनारे और 40 शीर्ष हैं। उसके फलकों की संख्या ज्ञात कीजिए।

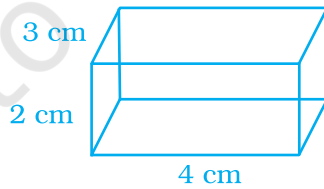
74. नीचे दिये गए आकारों में फलकों की संख्या ज्ञात कीजिए–

(a) (b) (c)

75. एक बहुफलकी में 20 फलक और 12 शीर्ष हैं। इसके किनारों की संख्या ज्ञात कीजिए।

76. एक बहुफलकी में 40 फलक और 60 किनारे हैं। इस ठोस के शीर्षों की संख्या ज्ञात कीजिए।

77. एक सम हेक्साहेड्रन का एक जाल खींचिए, जिसकी भुजाएँ 3cm हों। (संकेत– सम षट्फलक एक घन होता है।)

78. 6 cm की भुजा लेकर एक सम चतुष्फलक का जाल खींचिए।

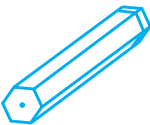
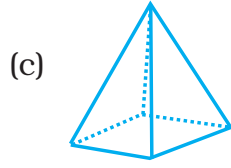
79. निम्न घनाभ का जाल खींचिए–

80. निम्न का सुमेलन कीजिए–

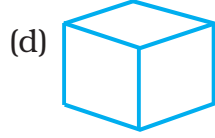
आकृति	**नाम**
(a) [pencil figure]	(a) षट्फलक

12/04/18

(b)

(c)

(d)

(b) षड्भुजाकार प्रिज़्म

(c) वर्गाकार पिरामिड

(d) शंकु

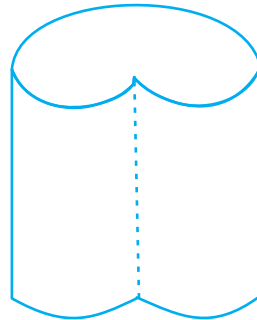
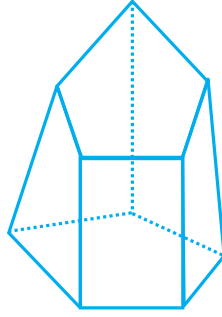
(e) षड्भुजाकार पिरामिड

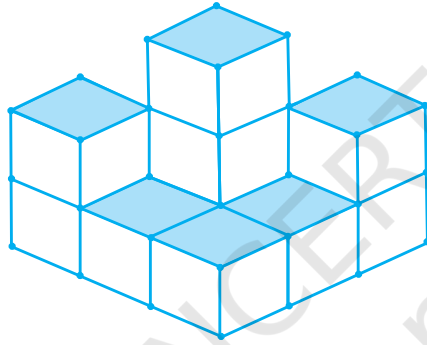
81. दिये गये ठोस में लागू गुण के आधार पर निम्न सारणी में सही चिह्न (✓) लगाकर पूरा कीजिए–

ठोस

गुण	शंकु	बेलन	प्रिज़्म	पिरामिड
1. आकृति एक बहुफलकी है।				
2. आकृति के विकर्ण हैं।				
3. आकार में एक वक्रीय किनारा है।				
4. आकृति का आधार एक बहुभुज है।				
5. दोनों आधार सर्वांगसम हैं।				
6. आकृति का आधार एक बहुभुज है और अन्य फलक एक बिंदु पर मिलते हैं।				
7. आकृति के आधार का एक वक्रीय किनारा है तथा अन्य फलक एक बिंदु पर मिलते हैं।				

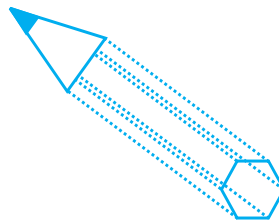
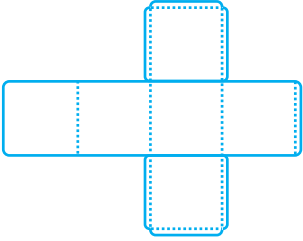
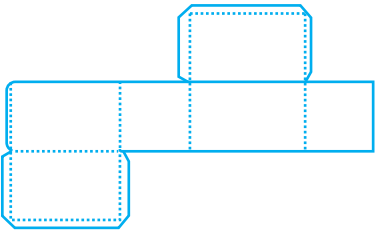
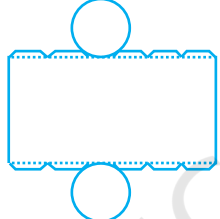
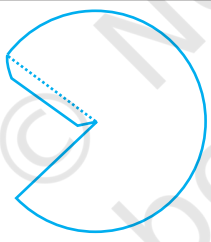
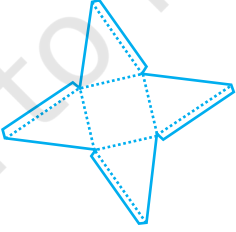
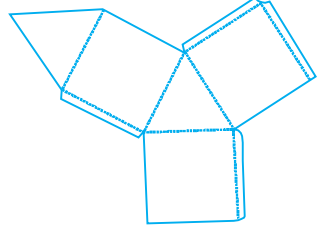
82. निम्न आकार का एक जाल खींचिए–

12/04/18

83. निम्न आकार का एक जाल खींचिए–

(संकेत– पंचभुज सर्वांगसम नहीं हैं।)

84. निम्न ठोस के आधार वाली परत में घनों की संख्या ज्ञात कीजिए–

85. उपरोक्त आकृति में, यदि ऊपर से केवल छायांकित घन ही दिखायी देते हैं, तो आधार की परत खींचिए।

86. n भुजाओं वाले बहुभुज के आधार के पिरामिड में कितने फलक, किनारे और शीर्ष हैं?

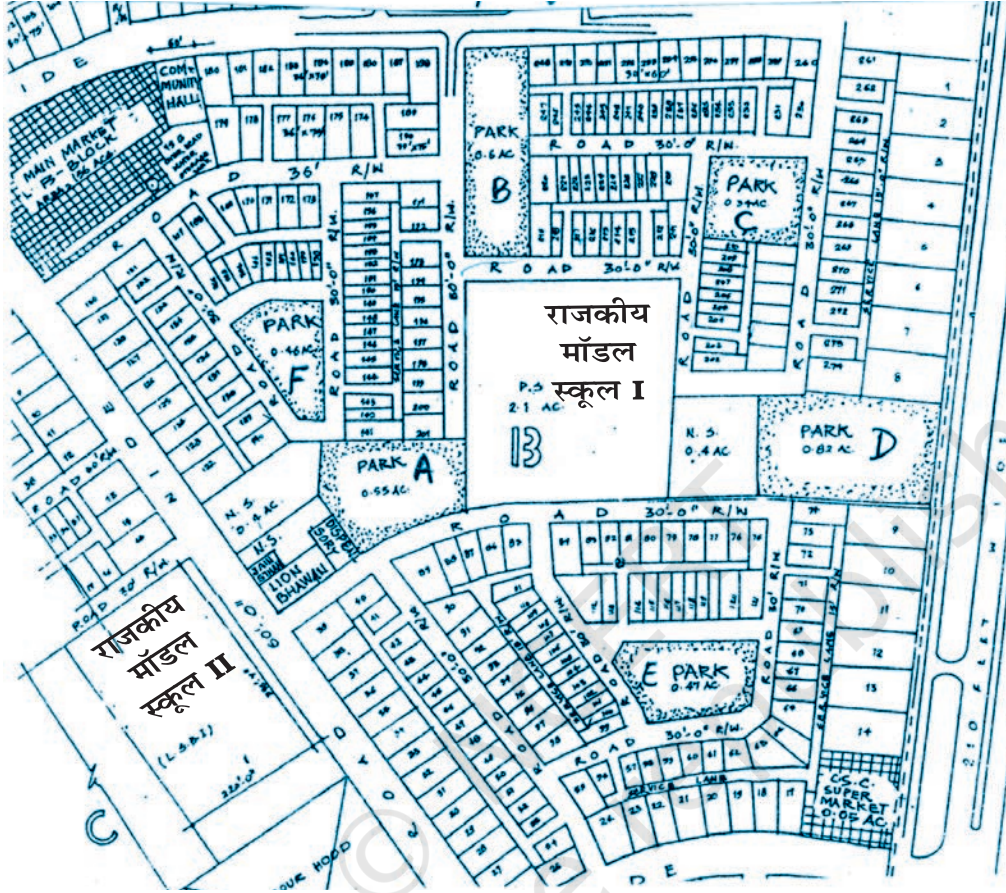
87. एक आकृति खींचिए जो आपकी गणित पुस्तक को निरूपित करती है। इस आकृति का क्या नाम है? क्या यह एक प्रिज़्म है?

88. नीचे दी गई आकृतियों में विभिन्न संबद्ध आकारों को पहचानिए–

89. यदि किसी घन की केवल ऊँचाई ही बढ़ाई या घटाई जाती है, तो कौन–सी आकृति बनती है?

90. नीचे दिए हुए जालों को पहचानिए और इनसे बनने वाले ठोस के नाम दिये हुए स्थान पर लिखिए–

जाल	ठोस का नाम
(a)	
(b)	
(c)	
(d)	
(e)	
(f)	

91. अपने स्कूल के खेल के मैदान का एक मानचित्र खींचिए। सभी महत्वपूर्ण स्थानों जैसे लाइब्रेरी, खेल का मैदान, मेडिकल कक्ष, कक्षायें, प्रार्थना सभा स्थल इत्यादि को अंकित कीजिए।

92. आगे आने प्रश्नों के उत्तर देने के लिए निम्न मानचित्र को देखिए–

(a) राजकीय मॉडल स्कूल 1 का निर्मित क्षेत्रफल क्या है?

(b) चित्र में दर्शाए स्कूलों के नाम लिखिए।

(c) कौन-सा पार्क डिस्पेंसरी के निकटतम है?

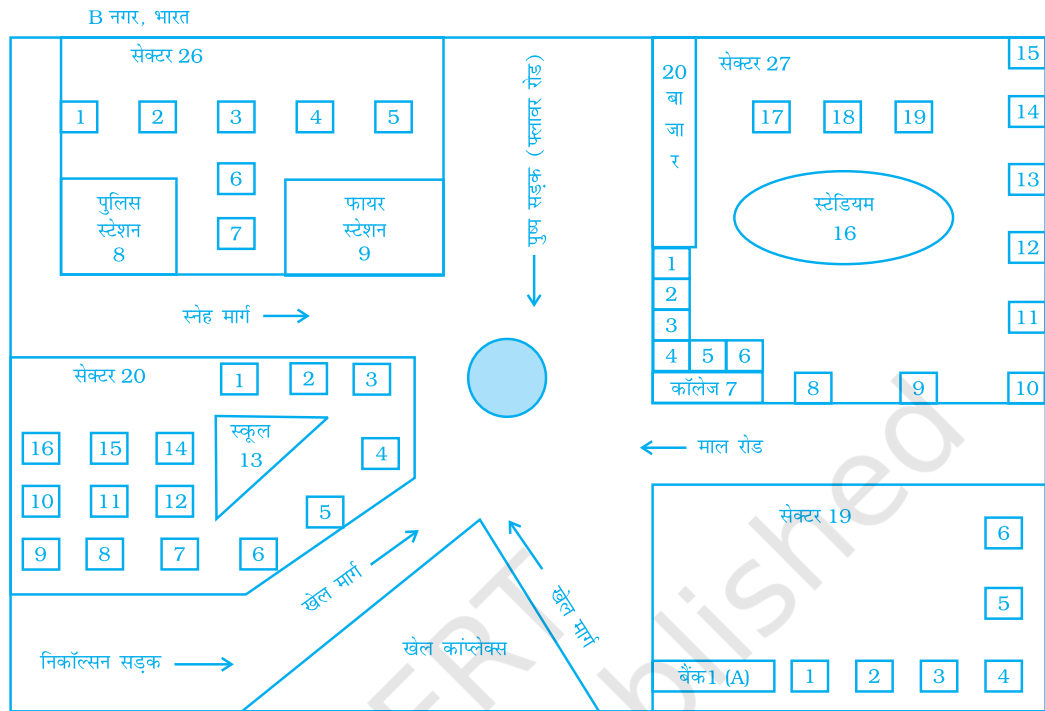
(d) मुख्य बाजार किस ब्लॉक में है?

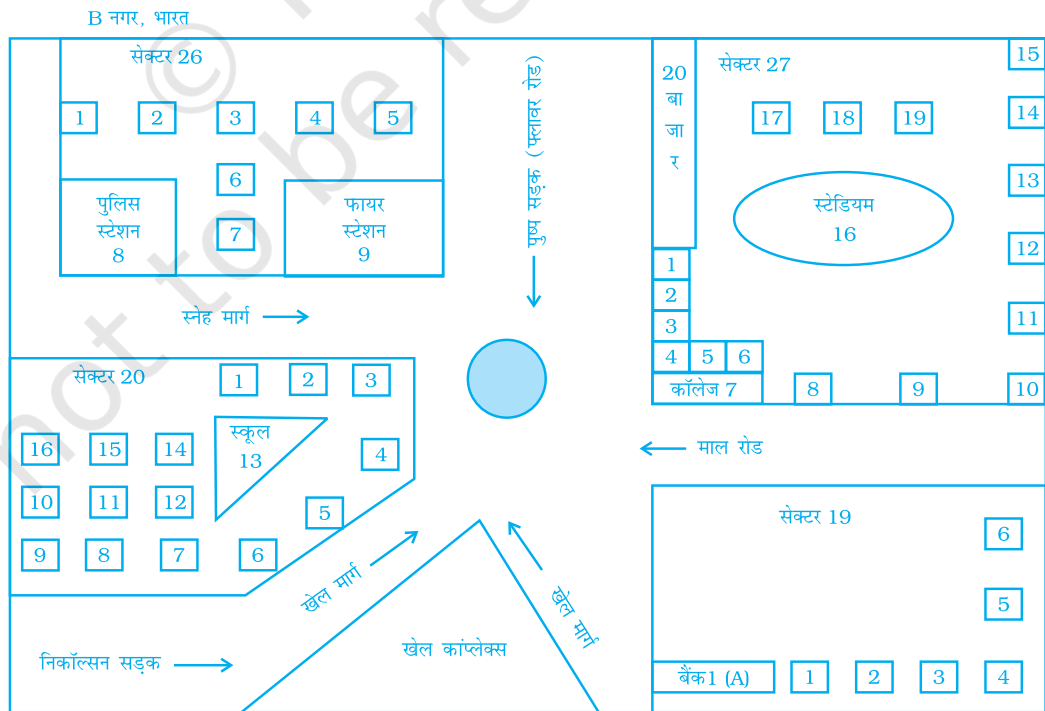
(e) मानचित्र में कितने पार्क निरूपित हैं?

93. आगे दिए गए मानचित्र को देखिए तथा निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

(a) कौन-से दो अस्पताल एक दूसरे के सामने हैं?

(b) एक व्यक्ति, जो नीति बाग में रहता है, अपनी पुत्री को एशियाड टॉवर पर छोड़ कर चिराग दिल्ली पहुँचता है। सड़कों पर जाते समय उसे कौन-कौन से मुख्य स्थान मिलेंगे?

(c) किस सड़क का नाम किसी महीने के नाम जैसा है?

94. नीचे दिये मानचित्र को देखिए–

☐ घर

अब निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

(a) उन सड़कों के नाम लिखिए जो गोल चक्कर पर मिलती हैं।

(b) स्टेडियम का क्या पता है?

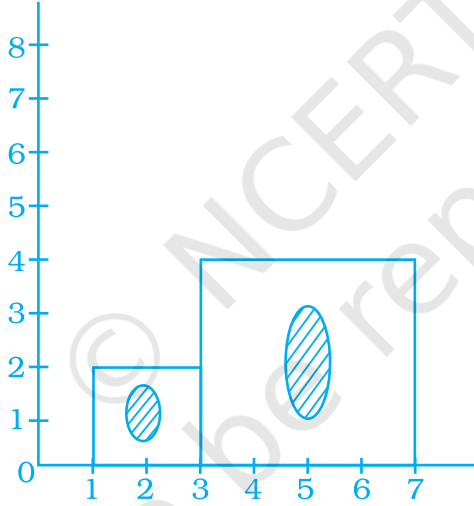
(c) पुलिस स्टेशन किस रोड पर स्थित है?

(d) यदि रीतिका बैंक के पास रहती है, आपको उसे एक कार्ड भेजना है, तो उस पर क्या पता लिखेंगे?

(e) किस सेक्टर में घरों की संख्या अधिकतम है?

(f) किस सेक्टर में फायर स्टेशन स्थित है?

(g) मानचित्र में कितने सेक्टर दर्शाए गये हैं?

95. एक फोटोग्राफर नीचे दर्शाए गए ग्राफ के अनुसार एक फोटो को बड़े साइज में बनाने के लिए एक कंप्यूटर प्रोग्राम का प्रयोग करता है। उसकी चौड़ाई को किस स्केल द्वारा बढ़ाया गया है?

96. एक वर्गाकार बोर्ड की भुजा 50cm है। एक विद्यार्थी को इस बोर्ड का अपनी अभ्यास-पुस्तिका पर एक प्रतिबिंब बनाना है। यदि अभ्यास-पुस्तिका पर इस वर्गाकार बोर्ड की ड्राइंग का परिमाप 40cm है, तो यह आकृति किस स्केल पर खींची गयी है?

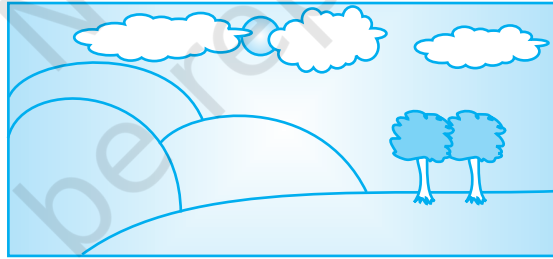
97. एक लड़की के स्कूल और घर की दूरी एक चित्र में, 1cm : 5cm स्केल का प्रयोग करते हुए 5cm दी हुई है। दोनों स्थानों के बीच की वास्तविक दूरी ज्ञात कीजिए।

98. नीचे दिये मानचित्र में बिंदुकित रेखाओं द्वारा मिलाये गये स्थानों के बीच की दूरी (सेमी में) पटरी से मापिए। यदि यह मानचित्र स्केल 1सेमी : 10cm पर खींचा गया है, तो निम्न के बीच की वास्तविक दूरियाँ ज्ञात कीजिए–

(1) स्कूल और लाइब्रेरी

(2) कॉलेज और कॉम्पलेक्स

(3) घर और स्कूल

99. एक पेंटिग की वास्तविक लंबाई 2m है। इसकी चित्र में क्या लंबाई है, यदि 1mm : 20cm स्केल का प्रयोग किया गया है?

100. स्केल ज्ञात कीजिए–

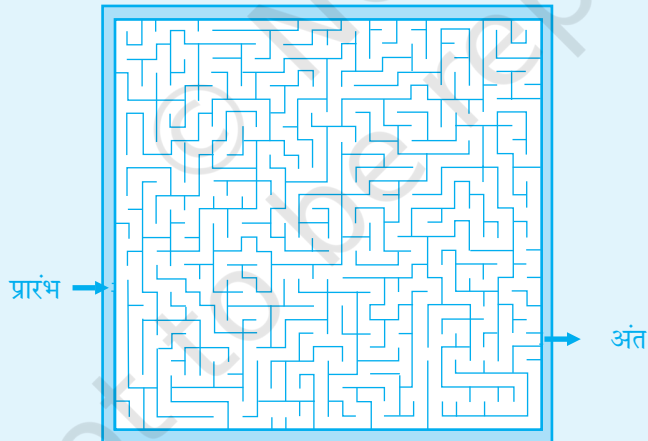
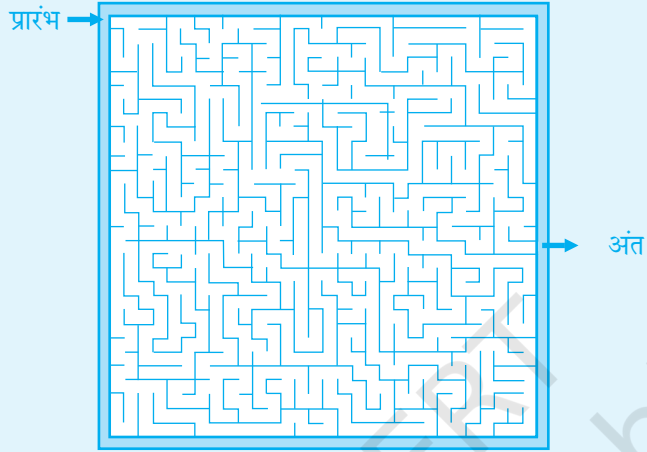
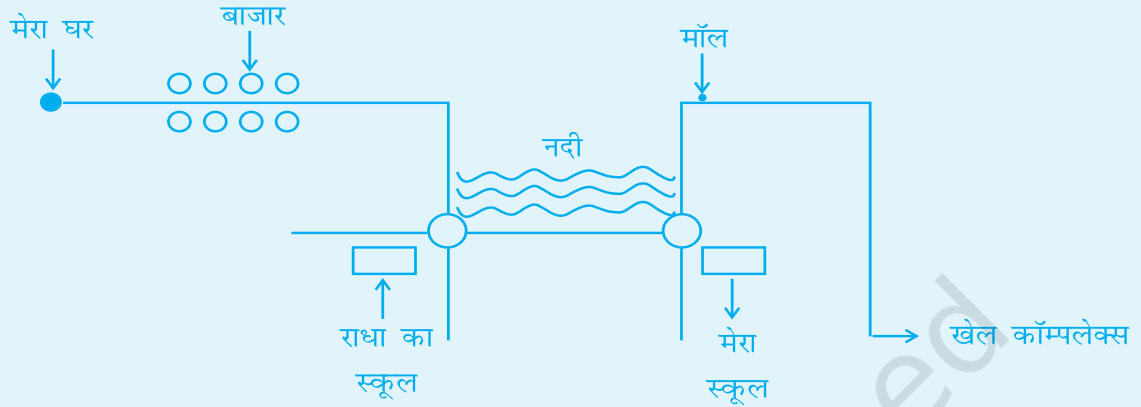
(a) वास्तविक माप 12m
    ड्राइंग में माप 3cm

(b) वास्तविक माप 45m
    ड्राइंग में माप 5cm

101. किसी शहर में, एक आइसक्रीम पार्लर ने आइसक्रीम की 360 cm ऊँची एक मूर्ति प्रदर्शित की हुई है। पार्लर वाला यह दावा करता है कि ये आइसक्रीम और मूर्ति 1: 30 के स्केल में हैं। परोसी जाने वाली आइसक्रीमों की ऊँचाई कितनी है?

(D) अनुप्रयोग

क्रियाकलाप 1: प्रारंभ से समाप्त तक जाने का सबसे उपयुक्त रास्ता ज्ञात कीजिए–

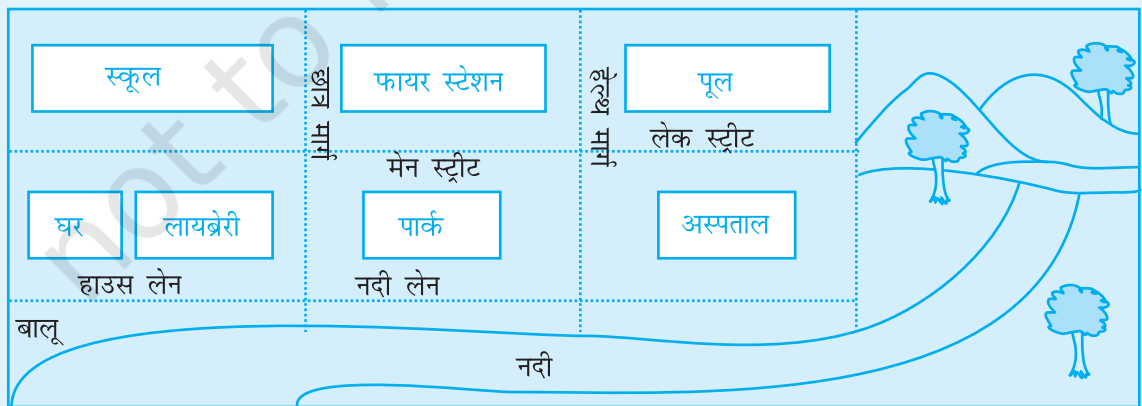
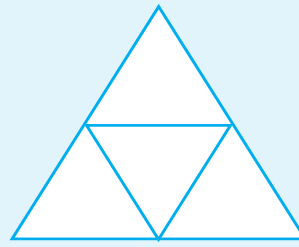
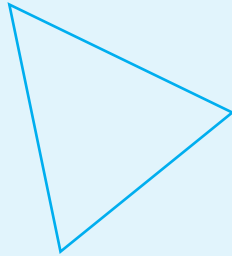
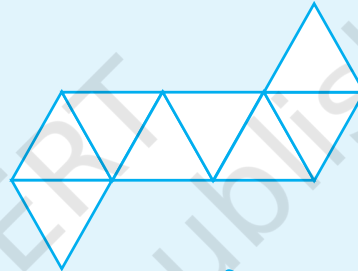
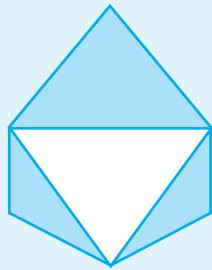
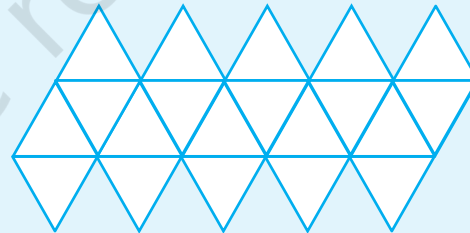
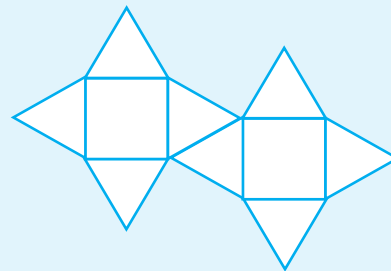
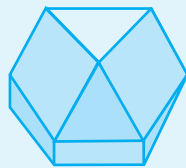
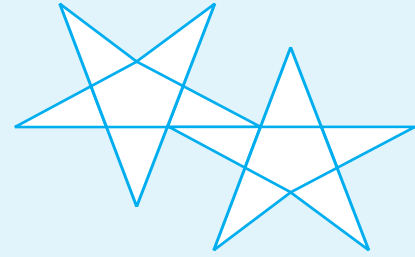
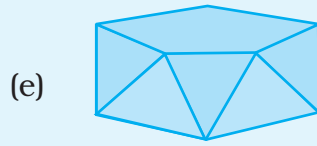
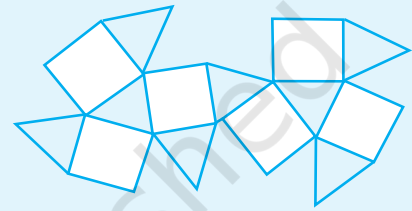
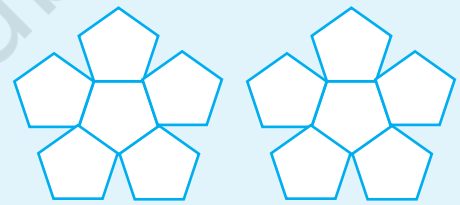
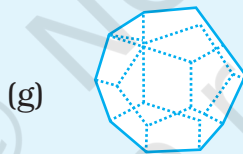
(चले गये रास्ते या पथ को दर्शाने के लिए अपने पसंद के रंग के पेन का प्रयोग कीजिए।

क्रियाकलाप 2: रोहित 7 वर्ष का एक बच्चा है। उसके चाचा राज ने रोहित से घर से खेल कॉम्पलेक्स तक जाने का एक मानचित्र खींचने को कहा। उसने निम्न मानचित्र खींचा–

अपने को रोहित का माता / पिता समझते हुए, क्या आप चाचा राज की एक इससे अच्छा मानचित्र खींचने में सहायता कर सकते हैं?

क्रियाकलाप 3: नीचे दिये गये शहर के मानचित्र को देखिए–

(a) इस मानचित्र को दिये गये कलर कोड का प्रयोग करते हुए रंग भरिए–

नीला–पानी, लाल–फायर स्टेशन, सफेद अस्पताल, हरा–पार्क, नदी के किनारे–क्रीम, पहाड़–भूरे।

(b) घर से तालाब तक पहुँचने का सबसे छोटा रास्ता तीरों द्वारा दर्शाइए।

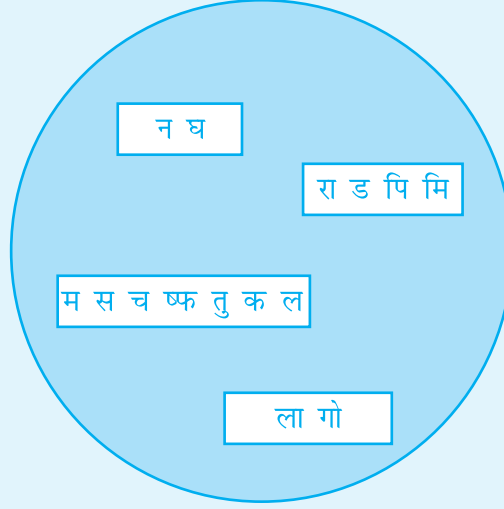
(c) छात्र मार्ग और हाउस लेन के प्रतिच्छेदन पर X अंकित कीजिए।

क्रियाकलाप 4: रंगीन शीटों पर नीचे दिये गए जाल इस प्रकार खींचिए कि त्रिभुज की भुजा 3 सेमी हो तथा उसके सम्मुख वह आकार बनाने का प्रयास कीजिए। इनमें किनारों, फलकों और शीर्षों की संख्याएँ गिनिए तथा ऑयलर के सूत्र का सत्यापन कीजिए।

क्रियाकलाप 5: अनुमान लगाइए, मैं कौन हूँ, क्योंकि मेरा नाम नीचे बॉक्स में दिया है। हाँ! मेरे नाम की स्पेलिंग उथल-पुथल हो गयी है।

दिये हुए संकेत से इसे पहचानने का प्रयास कीजिए और रिक्त स्थान में लिखिए।

(1) मैं न्यूनतम फलकों वाला बहुफलकी हूँ। ________

(2) मैं एक प्रिज़्म हूँ जिसका प्रत्येक फलक एक वर्ग है। ________

(3) कंचे की तरह दिखता हूँ, परंतु कोई शीर्ष नहीं ________

(4) मैं एक ठोस हूँ जिसका आधार बहुभुजीय है और अन्य फलक त्रिभुज हैं। ________

क्रियाकलाप 6: अपने मोहल्ले का एक मानचित्र खींचिए, जिसमें आपके सेक्टर / ब्लॉक का पूर्ण विवरण हो। साथ ही, कुछ मुख्य पहचान के स्थान भी बताइए जिनसे आपके मित्र को आपके सेक्टर / ब्लॉक में आपका घर ढूँढ़ने में सहायता मिले।

क्रियाकलाप 7:

क्रॉसवर्ड पहेली

दिये हुए संकेतों के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए और क्रॉसवर्ड को अंग्रेजी के अक्षरों द्वारा भरिए–

एक्रॉस

1. Polyhedron whose lateral faces are parallelograms.
1. बहुफलकी जिसके पार्श्वफलक समांतर चतुर्भुज हैं।
2. Prism having fifteen edges
2. पंद्रह किनारों वाला प्रिज़्म।
5. Another name for a square prism
5. ऐसे प्रिज़्म का अन्य नाम जिसके सभी फलक सर्वांगसम वर्ग हैं।
7. Polyhedron made up of four triangles
7. चार त्रिभुजों से बना बहुफलकी।
8. Polyhedron made up of convex polygons
8. उत्तल बहुभुजों से बना बहुफलकी।

डाउन

2. Polyhedron whose lateral faces are triangles.
2. बहुफलकी जिसके पार्श्वफलक त्रिभुज हैं।
3. In a solid shape, the line segment joining two vertices not lying on the same face.
3. एक ठोस आकार में, उन शीर्षों को मिलाने वाला रेखाखंड जो एक ही फलक पर नहीं स्थित हों।
4. A 3-D shape having no vertex.
4. एक 3D आकार जिसका कोई शीर्ष नहीं है।
6. A solid figure having only one vertex.
6. केवल एक शीर्ष वाली ठोस आकृति।
7. Number of pentagons in a pentagonal prism.
7. एक पंचभुजाकार प्रिज्म में पंचभुजों की संख्या।
9. Point where edges of a solid shape meet.
9. वह बिंदु जहाँ ठोस आकार के किनारे मिलते हैं।

12/04/18